Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады
Школьников по физике
10 ноября 2024 г.
8 класс

1. С круизного лайнера, совершающего тур по реке, упал пассажир. Это сразу же заметили спасатели и снарядили моторный катер за время $\boldsymbol{t_0}$. Через $\boldsymbol{t_1}$ после старта катера, горе-туриста нашли и подобрали. Затем, потратив $\boldsymbol{t_2}$, катер вернулся на лайнер. Найдите скорость лайнера относительно реки и скорость течения, если известно, что скорость катера в стоячей воде – $\boldsymbol{v}$.
   Возможное решение:
   Обозначим $v_л$ – скорость лайнера в стоячей воде.
   Перейдем в С.О. реки. Тогда:

$$vt_1 = v_л t_0 \qquad (3б)$$

*Отсюда уже можно получить ответ, т.к. задача переопределена. Автором задачи предполагалось, что t_1 – неизвестно.

$$v_л = \frac{vt_1}{t_0} \qquad *(7б)$$

Далее, запишем условие встречи лайнера и катера со спасенным туристом:

$$v \cdot t_2 = v_л \cdot (t_0 + t_1 + t_2) \qquad (4б)$$

*Отсюда можно получить ответ, т.к. задача переопределена.

$$v_л = v \cdot \frac{t_2}{(t_0+t_1+t_2)} \qquad *(6б)$$

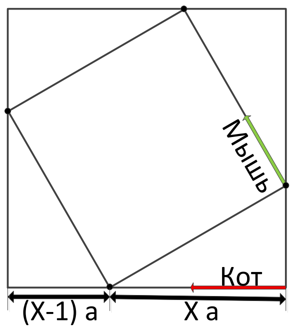
Выразив t_1 и подставив его в условие на встречу, получим окончательный ответ.

$$v_л = \frac{v(t_2-t_1)}{(t_1+t_2)} \qquad (3б)$$

***Примечание**: Решение задачи без перехода в СО реки при верных выкладках считать полностью верным. В связи с переопределением задачи решения и полученные ответы, помеченные символом “*” считать верными. Из уравнений видно, что нахождение скорости реки не представляется возможным, следовательно при оценке задачи данный вопрос игнорируется.*

Условие равенства пройденных расстояний за 1 промежуток	3 балла
*Ответ	*7 баллов
Условие встречи катера и лайнера после спасения	4 балла
*Ответ	*6 баллов
Выражение скорости лайнера и получение ответа	3 балла
**Прим. Оценка задачи ведется ТОЛЬКО по одной ветке решения*	
Итог	10 баллов

2. Квадратную комнату, со стороной ***a***, по периметру патрулирует кот с постоянной скоростью по часовой стрелке. Хитрая мышь решила, что если она выроет себе норки на расстоянии ***x·a*** (0<***x***<1) от углов комнаты, то сможет бегать по квадратной траектории внутри комнаты, начиная от правой стенки и бегая против часовой стрелки и кот ее не сцапает. Где должны располагаться норки, чтобы встреча кота с мышкой происходила ТОЛЬКО у стартовой норки. Какое при этом будет соотношение скоростей?



Возможное решение

$$b = xa$$

$$c = (1 - x)a$$

Есть четрые варианта встречи в разных норках. Для каждого варианта приравняем времена движения мыши и кота.

$$\frac{b}{v} = \frac{3\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \text{ (1б)}$$

$$\frac{2b + c}{v} = \frac{2\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \text{ (1б)}$$

$$\frac{3b + 2c}{v} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \text{ (1б)}$$

$$\frac{4b + 3c}{v} = \frac{4\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \text{(2б)} \rightarrow \frac{v}{u} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{3 + x}{4\sqrt{1 - 2x + 2x^2}} \text{ (2б)}$$

Надо проверить, что при отношении скоростей, соответствующей встрече у четвёртой норки, не может произойти встречи у предыдущих норок, т.к. $\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{u}} = \mathrm{const}$

$$\frac{b}{3\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = 9 \text{ (1б)}$$

$$\frac{2b + c}{2\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = 1 \text{ (1б)}$$

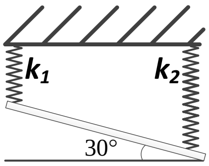
$$\frac{3b + 2c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = -\frac{5}{3} \text{ (1б)}$$

Данные значения x не удовлетворяют условию

Примечание: *За отсутствие выражения перемещения мыши в явном виде (Сторона внутреннего квадрата) балл не снижается. При учете возможности преодоления нескольких циклов до финальной встречи балл не снижать.*

Условия встречи у второй, третьей и четвертой норки	1 балл за каждое
Условие встречи у первоначальной норки + соотношение скоростей	2+2 балла
Проверка невозможности встречи у других норок	1 балл за каждое
Итог	10 баллов

3. Массивная балка длины ***l*** закреплена на две пружины жесткости $\boldsymbol{k_1}$ и $\boldsymbol{k_2}$ как показано на рисунке. Пружины имеют равные длины в недеформированном состоянии. Балка образует угол 30° с горизонтом. Какую массу необходимо прикрепить к левому краю балки, чтобы она заняла горизонтальное положение. Пружинки всё время остаются строго вертикальными.



$$\frac{l}{2}k_1x_1\cos 30° = \frac{l}{2}k_2x_2\cos 30° \ (1б)$$

$$Mg = k_1x_1 + k_2x_2 \ (1б)$$

Против угла в 30 градусов лежит катет, равный половине гипотенузы (1б)

$$x_2 - x_1 = \frac{l}{2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$x_2\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) = \frac{l}{2} \ (1б)$$

$$x_2 = \frac{k_1 l}{2(k_1 - k_2)}$$

$$x_2 = \frac{k_2 l}{2(k_1 - k_2)}$$

$$Mg = \frac{k_1k_2l}{k_1 - k_2} \ (2б)$$

$$(k_1 + k_2)x = mg + Mg \ (1б)$$

$$(k_1x - mg)\frac{l}{2} = k_2x\frac{l}{2}$$

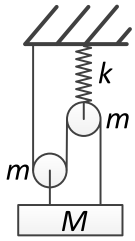
$$x = \frac{mg}{k_1 - k_2}$$

$$(k_1 + k_2)\frac{mg}{k_1 - k_2} = mg + Mg \ (1б)$$

$$m\frac{2k_2}{k_1 - k_2} = M \ (1б)$$

$$m = M\frac{k_1 - k_2}{2k_2} = \frac{k_1 l}{2g} \ (1б)$$

4. На рисунке изображена система из массивных блоков массы $\boldsymbol{m}$, нерастяжимых и невесомых нитей, пружины жёсткости $\boldsymbol{k}$ и груза массы $\boldsymbol{M}$. Нить, удерживающую груз справа перерезают. Найдите изменение деформации пружины, если известно, что отрезанный конец веревки крепко застрял в верхнем блоке. Пружинка и нить натянуты всегда строго вертикально.



Возможное решение

До перерезания

$$Mg = T_1 + T_0 \text{ (1б)}$$
$$T_1 = 2T_0 - mg \rightarrow 2T_0 - T_1 = mg \text{ (1б)}$$
$$kx = 2T_0 + mg \text{ (1б)}$$
$$kx = \frac{mg + Mg}{3} + mg \text{ (1б)}$$

После перерезания

$$Mg = T_1{}' \text{ (1б)}$$
$$T_1{}' = 2T_0{}' - mg \text{ (1б)}$$
$$kx' = T_0' + mg \text{ (1б)}$$
$$kx' = \frac{mg + Mg}{2} + mg \text{ (1б)}$$

$$(x' - x) = \frac{(M + m)g}{6k} \text{ (2б)}$$

5. В цеху смешали два вида нанокомпозитных материалов. В первом образце смешали компонент А и компонент Б в равных пропорциях по массе. Во второй смеси – по объему. Оба образца погрузили в резервуар с водой. Определите отношение плавающих над поверхностью частей двух образцов.

Возможное решение

Обозначим α и β – долю, которую составляет плавающая над поверхностью часть, в первом и втором случае соответственно

$$(1-\alpha)(V_1+V_2)\rho g = 2mg \text{ (1б)}$$

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \text{ (1б)}$$

$$(1-\alpha)V_1\left(\frac{\rho_1+\rho_2}{\rho_2}\right)\rho g = 2\rho_1 V_1 g \text{ (1б)}$$

$$\alpha = \frac{\rho(\rho_1+\rho_2)-2\rho_1\rho_2}{\rho(\rho_1+\rho_2)} \text{ (2б)}$$

$$(1-\beta)2V\rho g = (m_1+m_2)g \text{ (1б)}$$

$$(1-\beta)2V\rho g = V(\rho_1+\rho_2)g \text{ (1б)}$$

$$\beta = \frac{2\rho-(\rho_1+\rho_2)}{2\rho} \text{ (2б)}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2\rho(\rho_1+\rho_2)-4\rho_1\rho_2}{(\rho_1+\rho_2)(2\rho-(\rho_1+\rho_2))} \text{ (2б)}$$